Mathématiques pré-calcul 40S nom :____________

Évaluation – Identités trigonométriques PT6 /25 Pts

1. Mets ces expressions en termes de sin θ seulement : (*2 pts*)

a. $\cos^2\theta$

$1-\sin^2\theta$

b. $\sec^2\theta$

$\frac{1}{\cos^2\theta}$ $\frac{1}{1-\sin^2\theta}$

2. Prouve l'identité suivante pour toutes les valeurs permises de θ. (*3 pts*)

a. $$\frac{\csc^2 x - 1}{\csc^2 x} = \cos^2 x$$

Membre de gauche	Membre de droite
$\left(\frac{1}{\csc^2 x}\right)\left(\csc^2 x - 1\right)$	
Inverse ✓ $\sin^2 x\left(\cot^2\theta\right)$ ✓ Pythagore	
$\left(\sin^2 x\right)\left(\frac{\cos^2\theta}{\sin^2\theta}\right)$ ✓ élimine	
$\cos^2\theta = MD$	

b. $\frac{cos\theta}{1+sin\theta} + \frac{1+sin\theta}{cos\theta} = 2sec\theta$ (3 pts)

Binome x Binome

Membre de gauche	Membre de droite
✓ $\left(\frac{cos\theta}{cos\theta}\right)\frac{cos\theta}{1+sin\theta} + \frac{(1+sin\theta)}{cos\theta}\left(\frac{1+sin\theta}{1+sin\theta}\right)$ Deno Commun	
✓ $\frac{cos^2+1+2sin\theta+sin^2\theta}{(cos\theta)(1+sin\theta)}$ Pythagore	
$\frac{1+1+2sin\theta}{(cos\theta)(1+sin\theta)}$	
✓ $\frac{2(1+sin\theta)}{(cos\theta)(1+sin\theta)}$ Factorise elimine $(1+sin\theta)$	
$\frac{2}{cos\theta}$ inverse.	
$2sec\theta = MD$	

3. Prouve l'identité suivant. (3 pts)

a. $\frac{1-cos2\theta}{sin2\theta} = tan\theta$

Membre de gauche	Membre de droite
✓ $\frac{1-(1-2sin^2\theta)}{(2sin\theta cos\theta)}$ Double angle	
$\frac{1-1+2sin^2\theta}{2sin\theta cos\theta}$	
✓ $\frac{2sin^2\theta}{2sin\theta cos\theta}$ elimine	
✓ $\frac{sin\theta}{cos\theta}$ quotient	
$tan\theta = MD$	

b. Indique toutes les valeurs non permises (2 pts) 2x extra valeurs -1

Utilise MD $\frac{sin\theta}{cos\theta}$

$cos\theta = 0$

$\theta = \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}$

$\boxed{\theta \neq \frac{\pi}{2} + \pi k \quad k \in Z}$

4. Si $\sin\alpha = \dfrac{-4}{5}$ *et* $\cos\beta = \dfrac{-5}{13}$, où α et β se trouve dans QIII, trouve $\sin(\alpha+\beta)$.

(4pts)

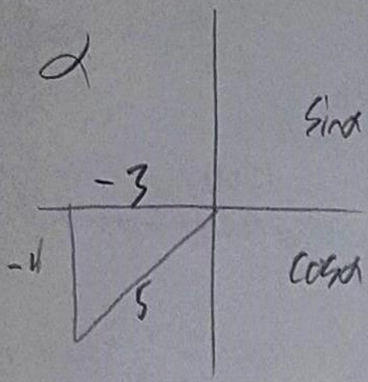
$\sin(a+b) = \sin a\cos b + \sin b\cos a$

$= \left(\frac{-4}{5}\right)\left(\frac{-5}{13}\right) + \left(\frac{-12}{13}\right)\left(\frac{-3}{5}\right)$ ✓

$= \frac{20}{65} + \frac{36}{65}$

$\boxed{= \frac{56}{65}}$ ✓

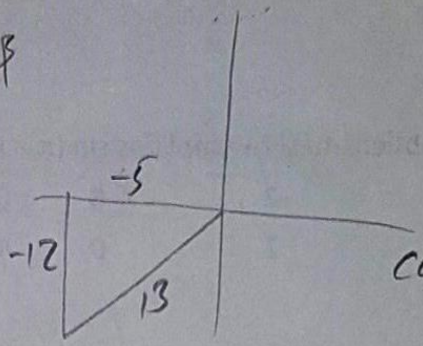
α



$\sin\alpha = \frac{-4}{5}$

$\cos\alpha = \frac{-3}{5}$ ✓

β



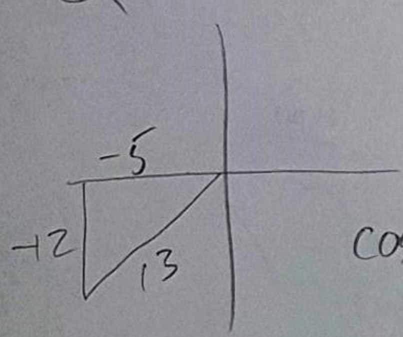
$\sin\beta = \frac{-12}{13}$ ✓

$\cos\beta = \frac{-5}{13}$

5. Si $\sin\alpha = \dfrac{-12}{13}$ et α se trouve en QIII, trouve : $\sin 2\alpha$

(3 pts)

α



$\sin 2a = 2\sin a\cos a$

$= 2 \cdot \frac{-12}{13} \cdot \frac{-5}{13}$ ✓

$\cos\alpha = \frac{-5}{13}$ ✓

$\boxed{\sin 2a = \frac{120}{169}}$

6. Trouve la valeur exacte de sin 105° (3 pts)

$\sin 105° = \sin(45° + 60°)$

$= \sin 45° \cos 60° + \cos 45° \sin 60°$

$= \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$

$= \frac{\sqrt{2}}{4} + \frac{\sqrt{6}}{4}$

$= \frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{4}$

Défis :

7. Qu'obtiens-tu si tu simplifies sin $(\pi + x)$ + sin $(\pi - x)$? (1 pt)

identité somme/différence

A −2 **B** 0

C 2 **D** Impossible à simplifier

$(\sin\pi\cos x + \cancel{\cos\pi\sin x}) + (\sin\pi\cos x - \cancel{\cos\pi\sin x})$

$2\sin\pi\cos x$

$2 \cdot 0 \cdot \cos x$

0

$\boxed{B}$

8. Évalue $(\sin x - \cos x)^2 + \sin 2x$. (1 pt)

A −1 **B** 0

C 1 **D** 2

$\boxed{C}$

$\sin^2 x - 2\sin x\cos x + \cos^2 x + \sin 2x$ Pythagore.

$1 - \cancel{2\sin x\cos x} + \cancel{2\sin x\cos x}$ Annule − 2sinxcosx

1